



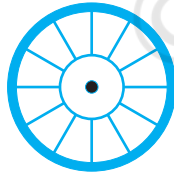
4915CH10

باب 10

دائرے (Circles)

10.1 تعارف (Introduction)

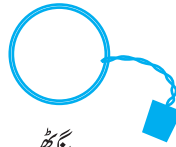
آپ اپنی روزمرہ زندگی میں بہت سی ایسی اشیاء دیکھتے ہیں جن کی شکل گول ہوتی ہے جیسے کی گاڑی کا پہیہ، چوڑیاں، گھڑی کا ڈائل 25 پیسے 50 پیسے 1 روپیہ اور 5 روپیہ کے سکے، انگوٹھی، شرٹ کے بٹن وغیرہ (شکل 10.1 دیکھیے) گھڑی میں آپ نے مشاہدہ کیا ہوگا کہ گھڑی کی سیکنڈ کی سوئی گھڑی کے ڈائل کے چاروں طرف تیزی سے گھومتی ہے اور اس کی ٹپ (نوک) گول راستہ پر حرکت کرتی ہے سیکنڈ کی سوئی کی نوک (ٹپ) کے ذریعے ٹریس کیا گیا راستہ ایک دائرہ کہلاتا ہے۔ اس باب میں ہم دائرہ اور اس سے متعلق ارکان اور اس کی کچھ خصوصیات کے بارے میں مطالبہ کریں گے۔



پہیہ



گھڑی



انگوٹھی



بٹن



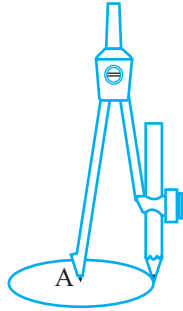
چوڑی



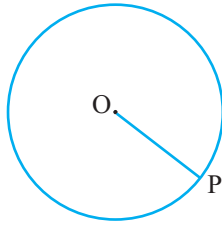
شکل 10.1

10.2 دائرے اور ان سے متعلق ارکان: نظر ثانی

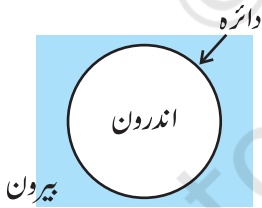
(Circles and its Related Terms: A Review)



شکل 10.2



شکل 10.3



شکل 10.4

ایک پرکار لیجیے اور اس میں ایک پینسل لگائیے۔ اس کے نکیلے سرے کو کاغذ کے ایک نقطہ پر رکھیے اس کے دوسرے سرے کو کچھ فاصلہ تک کھولئے، نکیلے سرے کو ایسی نقطہ پر رکھتے ہوئے دوسرا سر ایک بار پورا گھما دیجیے: پینسل کے ذریعہ کاغذ پر بنی بند شکل کیا ظاہر کرتی ہے؟ جیسا آپ جانتے ہیں یہ ایک دائرہ ہے (شکل 10.2 دیکھیے) آپ نے دائرہ کیسے حاصل کیا؟ آپ نے ایک نقطہ کو جامد رکھا (شکل 10.2 میں A) اور باقی تمام نقطے A سے ایک متعین فاصلہ پر ہے اس سے ہمیں مندرجہ ذیل تعریف ملتی ہے۔

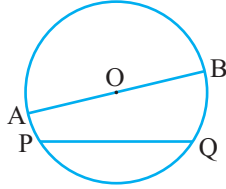
مستوی میں ان تمام نقطوں کا مجموعہ جو ایک جامد نقطہ سے متعین (یکساں) فاصلہ پر ہوں دائرہ کہلاتا ہے۔

جامد نقطہ مرکز اور یکساں متعین فاصلہ دائرہ کا نصف قطر کہلاتا ہے، شکل 10.3 میں O دائرے کا مرکز اور OP کی لمبائی اس کا نصف قطر ہے۔

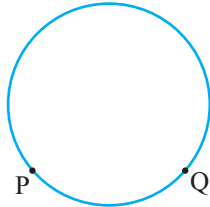
ریمارک: نوٹ کیجیے کہ دائرے کے مرکز اور دائرے پر کسی نقطہ کو ملانے والا قطع خط بھی دائرے کا نصف قطر کہلاتا ہے نصف قطر دو مفہوم میں استعمال ہوتا ہے ایک قطعہ خط کے اور دوسرے اس کی لمبائی کے مفہوم میں۔

VI کلاس میں آپ مندرجہ ذیل تصورات سے پہلے ہی واقف ہو چکے ہیں ہم صرف ان کو دہرا رہے ہیں۔

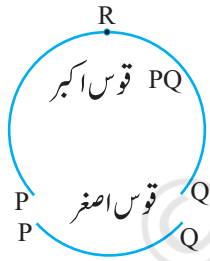
دائرہ کا بیرون ایک دائرہ مستوی کو تین حصوں میں منقسم کرتا ہے۔ (i) دائرہ کے اندر کا حصہ یعنی دائرہ کا اندرون (ii) دائرہ کے باہر کا حصہ یعنی دائرہ کا بیرون (iii) دائرہ خود۔ (شکل 10.4 دیکھیے) دائرہ اور اس کا اندرون دائری خط کہلاتا ہے۔ اگر آپ دائرہ پر دو نقطہ P اور Q لیں تو قطع خط PQ دائرے کا وتر کہلاتا ہے (شکل 10.5 دیکھیے) وہ وتر جو دائرہ کے مرکز



شکل 10.5



شکل 10.6

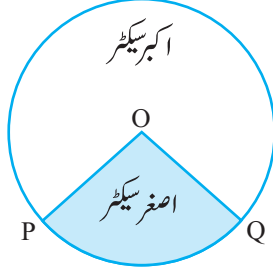


شکل 10.7

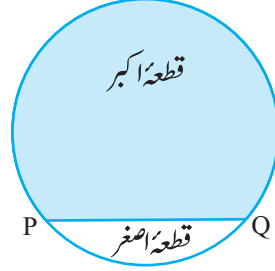
سے گزرتا ہے دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔ نصف قطر ہی کی طرح دائرہ کا قطر بھی دو مفہوم میں استعمال ہوتا ہے ایک قطع خط کے طور پر اور دوسرا لمبائی کے طور پر کیا کوئی ایسا وتر بھی ہے جو قطر سے بڑا نہیں ہو سکتا۔ آپ دیکھتے ہیں کہ قطر سب سے بڑا وتر ہوتا ہے اور دائرہ کے تمام قطر مساوی لمبائی کے ہوتے ہیں جو نصف قطر کا دگنا ہوتا ہے۔ شکل 10.5 میں $\angle AOB$ دائرہ کا قطر ہے۔ ایک دائرہ میں کتنے قطر ہوتے ہیں؟ ایک دائرہ بنائے اور دیکھیے ہیں کہ آپ کتنے قطر حاصل کر سکتے ہیں؟

دائرہ کے دو نقطوں کے درمیان کا ٹکڑا قوس کہلاتا ہے۔ آئیے (شکل 10.6 میں) نقطے P اور Q کے درمیان دائرہ کے ٹکڑوں کو دیکھیے، آپ دیکھتے ہیں یہاں دو ٹکڑے ہیں ایک بڑا اور ایک چھوٹا (شکل 10.7 دیکھیے) بڑا ٹکڑا قوس اکبر PQ چھوٹا حصہ قوس اصغر PQ کہلاتا ہے۔ قوس اصغر کو ہم $\widehat{PQ}$ سے ظاہر کرتے ہیں اور قوس اکبر کے PQ کو ہم $\widehat{PQR}$ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں P، Q اور R کے درمیان کوئی نقطہ ہے۔ جب تک کے بیان نہ کیا جائے قوس PQ یا $\widehat{PQ}$ قوس اصغر PQ کو ہی ظاہر کریگا۔ جب P اور Q دائرہ کے سرے کے نقطے ہوں تو دونوں قوس مساوی ہونگے اور ہر ایک قوس کا نصف دائرہ کہلائے گا۔

پورے دائرہ کی لمبائی کو دائرہ کا محیط کہتے ہیں، کسی وتر اور اس کے قوس کے درمیان خطہ کو دائرہ کا قطعہ کہتے ہیں۔ آپ دیکھتے ہیں کہ قطعہ بھی دو قسم کے ہیں۔ جن میں ایک قطعہ اصغر اور دوسرا قطعہ اکبر کہلاتا ہے (شکل 10.8 دیکھیے) ایک قوس اور دو نصف قطر جو مرکز کو قوس کے سرے کے نقطوں سے ملاتے ہوں تو درمیانی خطہ کو سیکٹر کہتے ہیں۔ قطعہ کی طرح آپ دیکھتے ہیں کہ قوس اصغر اصغر سیکٹر سے متعلق ہے اور قوس اکبر، اکبر سیکٹر سے متعلق ہے۔ (شکل 10.9) میں خطہ OPQ، اصغر خطہ ہے اور دائری خطہ کا باقی حصہ اکبر سیکٹر ہے۔ جب دو قوس برابر ہوں یعنی ہر ایک نصف دائرہ ہو تب دونوں قطعہ اور دونوں سیکٹر ایک سے ہو جاتے ہیں اور ہر ایک ایک نصف دائری خطہ کہلاتا ہے۔



شکل 10.8



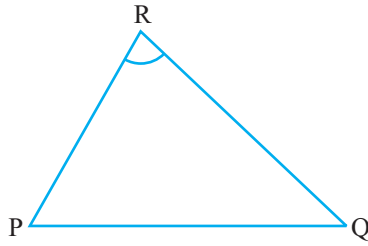
شکل 10.9

مشق 10.1

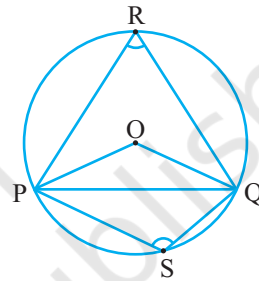
1. خالی جگہوں کو پر کیجیے۔
 - (i) دائرہ کا مرکز دائرہ کے میں ہوتا ہے (اندرون/ بیرون)
 - (ii) ایک نقطہ دائرہ کے مرکز سے جس کا فاصلہ اس کے نصف قطر سے بڑا ہو دائرہ کے میں ہوتا (اندرون/ بیرون)
 - (iii) دائرہ کا سب سے بڑا وتر دائرہ کا ہوتا ہے
 - (iv) ایک قوس ہوتا ہے جب اس کے سرے قطر کے سرے کے نقطے ہوتے ہیں۔
 - (v) دائرہ کا قطعہ دائرہ کے اور اس کے قوس کے درمیان کا خطہ ہوتا ہے۔
 - (vi) مستوی پر موجود دائرہ اس مستوی کو حصوں میں منقسم کرتا ہے۔
2. صحیح اور غلط لکھیے، اپنے جواب کی وجہ بھی بتائیے۔
 - (i) ایسا قطع خط جو دائرہ کے مرکز کو دائرہ پر موجود کسی نقطہ سے ملاتا ہو دائرہ کا نصف قطر کہلاتا ہے۔
 - (ii) ایک دائرہ کے صرف محدود مساوی وتر ہوتے ہیں۔
 - (iii) اگر دائرہ کو تین مساوی قوسوں میں منقسم کیا جائے تو ہر ایک قوس اکبر ہے۔
 - (iv) دائرہ کا وہ وتر جو اس کے نصف قطر کا دگنا ہو دائرہ کا قطر ہوتا ہے۔
 - (v) سیکٹر، وتر اور اس کے نظیری قوس کے درمیان خطہ ہوتا ہے۔
 - (vi) دائرہ ایک مستوی شکل ہے۔

10.3 کسی نقطہ پر وتر کے ذریعہ بنا زاویہ (Angle Subtended by a Chord at a Point)

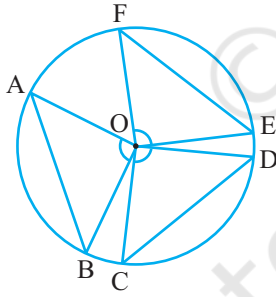
ایک قطعہ خط PQ اور ایک نقطہ R جو PQ پر نہ ہو، لیجیے PR اور QR کو ملائیے (شکل 10.10 دیکھیے) تب $\angle PRQ$ قطعہ خط PQ سے نقطہ R پر بنا زاویہ کہلاتا ہے شکل 10.11 میں زاویے POQ، PRQ اور PSQ کیا کہلاتے ہیں؟ $\angle PQR$ وتر PQ سے مرکز O پر بنا زاویہ ہے، $\angle PRQ$ سے اور $\angle PSQ$ سے بالترتیب PQ سے قوس اکبر اور قوس اصغر پر نقطے R اور S پر بنے زاویہ ہیں



شکل 10.10



شکل 10.11



شکل 10.12

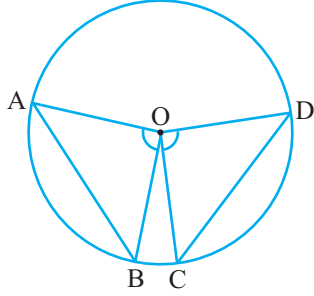
آئیے وتر کے سائز اور اس کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویوں کے درمیان تعلق کی جانچ کرتے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دائرے کے مختلف وتر اور ان کے ذرائع مرکز پر بنے زاویہ میں بڑے وتر سے مرکز پر بنا زاویہ بھی بڑا ہوگا کیا ہوگا اگر آپ دو مساوی وتر لیں تو؟ کیا ان کے ذرائع مرکز پر بنے زاویہ مساوی ہونگے یا نہیں؟

دو یا اس سے زیادہ مساوی وتر کھینچئے اور ان سے مرکز پر بنے زاویوں کی پیمائش کیجیے (شکل 10.12 دیکھیے) آپ دیکھیں گے کہ ان کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویہ برابر ہیں۔ آئیے اس حقیقت کا ثبوت دیتے ہیں۔

مسئلہ 10.1: دائرہ کے مساوی وتر دائرہ کے مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔

ثبوت: آپ کو مرکز O والے دائرے کے دو مساوی وتر AB اور CD دیئے ہوئے ہیں۔ (شکل 10.13 دیکھیے) آپ ثابت

کرنا چاہتے ہیں کہ $\angle AOB = \angle COD$



شکل 10.13

مثلث COD اور AOB میں

$$OA = OC \text{ (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)}$$

$$OB = OD \text{ (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)}$$

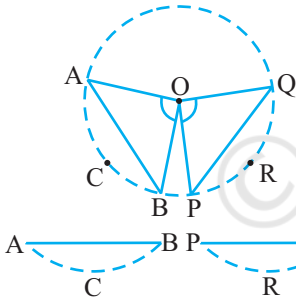
$$AB = CD \text{ دیا ہوا ہے}$$

اس لئے $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (SSS اصول)

اس سے ملتا ہے $\angle AOB = \angle COD$ (متمثل مثلث کے نظری حصے)

ریمارک: آسانی کے لئے ہم متمثل مثلثوں کے نظیری حصوں کے لئے CPCT استعمال کرتے ہیں کیوں کہ ہم کثرت سے اس کا استعمال کرتے ہیں۔

اب آپ ان وتروں کے بارے میں کیا کہتے ہیں جو مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں؟ کیا یہ مساوی ہیں یا نہیں؟ اس لئے اس کی مندرجہ ذیل مشغلہ سے جانچ کرتے ہیں۔



شکل 10.14

ایک ٹریپنگ پیپر لیجیے اور اس پر ایک دائرہ ڈریس کیجیے اس کو دائرہ کے ساتھ

ساتھ کاٹ لیجیے تاکہ ایک ڈسک حاصل ہو سکے: اس کے مرکز O پر زاویہ

AOB بنائیے جہاں BCA دائرہ پر دو نقطہ ہیں۔ مرکز پر ایک اور زاویہ POQ،

$\angle AOB$ کے مساوی بنائیے: ان زاویوں کے سروں کے ساتھ ساتھ ایک

ڈسک کاٹ لیجیے (شکل 10.14 دیکھیے) آپ کو دائرے کے دو قطعہ ACB اور

PRQ حاصل ہونگے۔ اگر آپ ایک کو دوسرے پر رکھیں تو آپ کیا مشاہدہ کرتے

ہیں؟ یہ ایک دوسرے کو ڈھک لیتے ہیں یعنی یہ متمثل ہیں اس لئے $AB = PQ$

حالانکہ آپ نے اس کو کئی خاص زاویوں کے لئے دیکھا اس کو دوسرے مساوی زاویوں کے لئے دہرائیے: ہر حالت میں وتر مساوی ہونگے۔ اس لئے ہمیں مندرجہ ذیل مسئلہ حاصل ہوتا ہے۔

مسئلہ 10.2: اگر وتر مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر بھی مساوی ہونگے بدرجہ بالا مسئلہ، مسئلہ 10.1 کا معکوس ہے، نوٹ

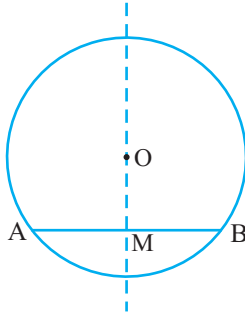
کیجیے کہ شکل 10.13 میں اگر آپ $\angle AOB = \angle COD$ لیتے ہیں تب $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (کیوں؟)

کیا اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $AB = CD$ ؟

مشق 10.2

- یاد کیجیے کہ دو دائرہ متماثل ہوتے ہیں اگر ان کے نصف قطر مساوی ہوں ثابت کیجیے کہ متماثل دائروں کے مساوی وتر مرکز پر مساوی زاویے بنائیں گے۔
- ثابت کیجیے کہ اگر متماثل دائروں کے وتر مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر مساوی ہوتے ہیں۔

10.4 مرکز سے وتر پر بنایا گیا عمود (Perpendicular from the Centre to a Chord)



شکل 10.15

سرگرمی: ایک ٹریننگ پیپر پر ایک دائرہ بنائیے مان لیجیے O اس کا مرکز ہے۔ ایک وتر AB بنائیے مان لیجیے کر لیں AB کو نقطہ M پر کاٹی ہے۔ تب $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$ یا $AB \perp OM$ پر عمود ہے۔ کیا نقطہ B، نقطہ A پر منطبق ہے۔ (شکل 10.15 دیکھیے) ہاں یہ ہے۔ اس لئے $MA = MB$ اور OA اور OB کو ملا کر اور قائم مثلثوں OMA اور OMB کو متماثل ثابت کرنا اس کا ثبوت آپ خود کیجیے یہ مثال مندرجہ ذیل نتیجہ کی ایک خاص شکل ہے۔

مسئلہ 10.3: دائرہ کے مرکز سے اس کے وتر پر کھینچا گیا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

اس مسئلہ کا معکوس کیا ہے؟ اس کو لکھنے کے لئے پہلے یہ صاف ہو جائے اور مسئلہ 10.3 میں کیا دیا گیا ہے اور کیا ثابت کیا گیا۔ دائرے کے مرکز سے اس کے وتر پر عمود کھینچا گیا یہ دیا ہوا ہے اور یہ عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔ یہ ثابت کیا گیا ہے۔ اس طرح سے اس کے معکوس میں مفروضہ ہے اگر دائرہ کے مرکز سے گزرنے والا خط وتر کی تنصیف کرتا ہے اور جو ثابت کرتا ہے وہ ہے کہ خط وتر پر عمود ہے اس لئے معکوس ہے۔

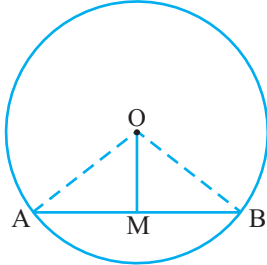
مسئلہ 10.4: دائرہ کے مرکز سے گزرنے والا خط اگر وتر کی تنصیف کرے تو وہ اس پر عمود ہوگا۔

کیا یہ صحیح ہے؟ ایسی ہی کچھ اور مثالیں لیجیے اور دیکھیے آپ دیکھیں گے کہ تمام حالتوں میں یہ صحیح ہوگا اگر یہ صحیح ہے تو مندرجہ ذیل میں ہم اس کا ثبوت وجوہات کے ساتھ دیتے ہیں۔

مان لیجیے AB مرکز O والے دائرہ کا ایک وتر ہے O کو AB کے وسطی نقطہ M سے ملایا گیا۔ آپ کو ثابت کرنا ہے کہ

OA اور OB کو ملائیے (شکل 10.16 دیکھیے) OAM اور OBM میں

$$OA = OB \text{ (کیوں؟)}$$



شکل 10.16

(کیوں؟) $AM = BM$

(مشترک) $OM = OM$

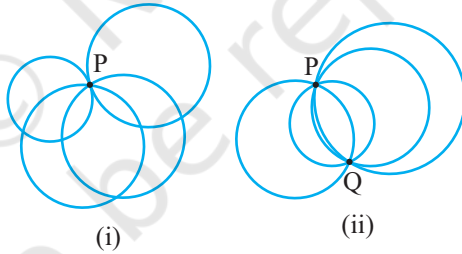
اس لئے $\triangle OAM \cong \triangle OBM$ (کیسے؟)

اس سے حاصل ہوتا ہے $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$ (کیوں؟)

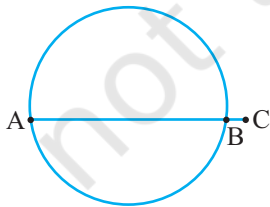
10.5 تین نقطوں سے گزرتا ہوا دائرہ (Circle Through Three Point)

باب 6 میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ ایک خط بنانے کے لئے دو نقطے کافی ہیں۔ یعنی دو نقطوں سے ایک اور صرف ایک ہی خط گزر سکتا ہے۔ ایک فطری سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ ایک دائرہ کے بنانے کے لئے کم سے کم کتنے نقطے ضروری ہیں؟

ایک نقطہ P لیجیے۔ اس نقطے سے گزرتے ہوئے کتنے دائرہ بنائے جاسکتے ہیں؟ آپ دیکھ سکتے ہیں (شکل (i) 10.17):
جتنے دائرہ آپ چاہیں اتنے دائرہ اس نقطہ سے گزر سکتے ہیں اب دو نقطے P اور Q لیجیے، یہاں پر بھی آپ دیکھیں گے کہ ان دو نقطوں سے لامحدود دائرہ گزر سکتے ہیں (شکل (ii) 10.17 دیکھیے)۔ جب ہم تین نقطے BA اور C لیتے ہیں تب کیا ہوتا ہے؟ کیا آپ تین ہم خط نقطوں سے گزرتا ہوا ایک دائرہ بنا سکتے ہیں؟



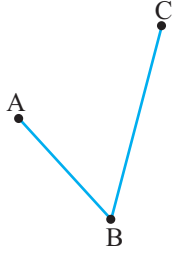
شکل 10.17



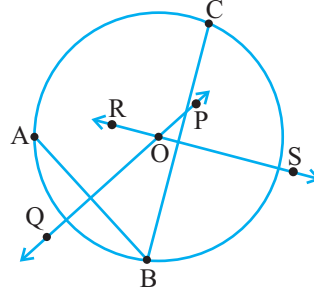
شکل 10.18

نہیں۔ اگر تینوں نقطے ایک ہی خط پر ہوں تب تیسرا نقطہ دو نقطوں سے گزرنے والے دائرہ کے اندر یا باہر ہوگا (شکل 10.18 دیکھیے)

اس لئے اب تین نقطے A, B اور C ایسے لیتے ہیں جو ایک ہی خط پر نہ ہوں یا دوسرے نقطوں میں یہ ہم خط نہ ہوں۔ (شکل 10.19 دیکھیے)



(i)



(ii)

شکل 10.19

اب کیونکہ CO اور AB کے عمودی ناصف PQ پر واقع ہے اس لئے $OA = OB$ کیونکہ کسی قطع خط کے عمودی ناصف پر موجود ہر نقطہ اس قطع خط کے سرے کے نقطوں سے برابر فاصلہ پر ہوتا ہے، اس کا ثبوت باب 7 میں دیا گیا ہے۔

اسی طرح سے کیونکہ BC، O کے عمودی ناصف RS پر واقع ہے اس لئے

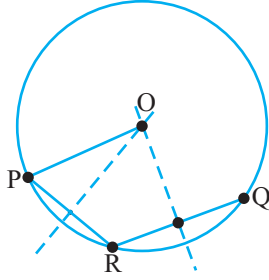
$$OB = OC$$

اس لئے $OA = OB = OC$ جس کا مطلب ہے کہ نقطے A، B، اور C نقطہ O سے مساوی فاصلہ پر ہیں اس لئے جب آپ O کو مرکز مان کر اور OA نصف قطر لے کر ایک دائرہ بنائیں گے تو یہ B اور C سے گزرے گا اس سے ثابت ہوتا ہے ایک دائرہ تین غیر ہم خط نقطوں A، B، اور C سے گزرتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو خطوط عمودی ناصف صرف ایک ہی نقطہ پر قطع کرتے ہیں اس لئے OA نصف قطر والا آپ صرف ایک ہی دائرہ بنا سکتے ہیں دوسرے لفظوں میں تین نقطوں A، B، اور C سے صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے آپ نے مندرجہ ذیل مسئلہ کا ثبوت دیا۔

مسئلہ 10.5: تین غیر ہم خط نقطوں سے ایک اور صرف ایک دائرہ گزر سکتا ہے۔

ریمارک: اگر ABC ایک مثلث ہے تب مسئلہ 10.5 کی رو سے مثلث کے راس A، B، اور C سے صرف ایک دائرہ گزر سکتا ہے اس دائرہ کو ہم مثلث ABC کا محیطی دائرہ کہتے ہیں اور اس کے مرکز کو محیطی مرکز اور نصف قطر کو محیطی نصف قطر کہتے ہیں۔

مثال 1: دائرہ کا ایک قوس دیا ہوا ہے، دائرہ مکمل کیجیے۔



شکل 10.20

حل : مان لیجیے دائرہ کا قوس PG دیا ہوا ہے ہمیں دائرہ مکمل کرنا ہے جس کا مطلب ہمیں اس کا مرکز اور نصف قطر معلوم کرنا ہے، قوس پر ایک نقطہ R لیجیے PR اور RQ کو ملائیے مرکز اور نصف قطر معلوم کرنے کے لئے اس بناوٹ (تشکیل) کو استعمال کیجئے جن کو آپ نے مسئلہ 10.5 میں ثابت کیا ہے۔ اس طرح سے حاصل مرکز اور نصف قطر کو لیکر ہم دائرہ مکمل کر سکتے ہیں

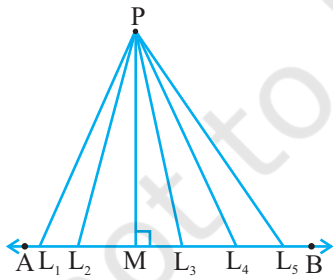
مشق 10.3

1. دائروں کے مختلف جوڑے بنائیے۔ ہر جوڑے میں کتنے مشترک نقطے ہیں؟ زیادہ سے زیادہ کتنے مشترک نقطے ہیں۔
2. فرض کیجیے آپ کو ایک دائرہ دیا ہوا ہے، اس کا مرکز معلوم کرنے کے لئے آپ کیا بناوٹ کریں گے۔
3. اگر دو دائرہ دو نقطوں پر قطع کرتے ہیں تو ثابت کیجیے کہ ان کے مرکز ان کے مشترک وتر کے عمودی ناصف پر واقع ہوں گے۔

16.6 مساوی وتر اور مرکز سے ان کے فاصلے

(Equal Chords and Their Distance from the Centre)

مان لیجیے AB ایک خط ہے اور P ایک نقطہ کیونکہ ایک خط پر لامحدود نقطے ہوتے ہیں اگر آپ ان نقطوں کو P سے ملائیں تو آپ کو

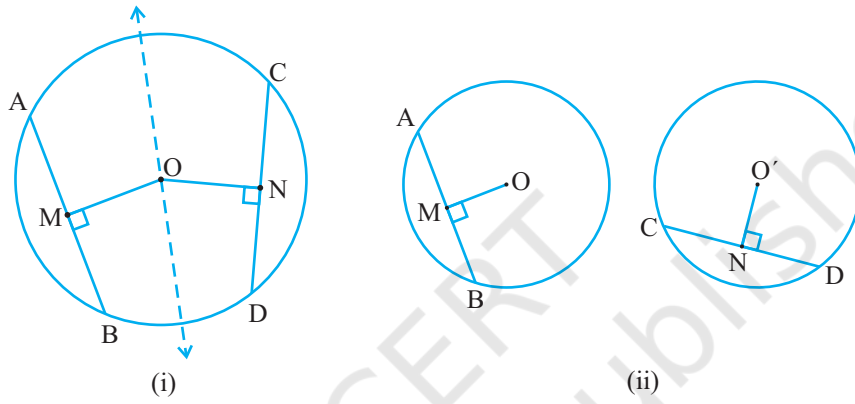


شکل 10.21

لامحدود بہت سے قطعات PL_1, PL_2, PL_3, PL_4 وغیرہ حاصل ہوں گے۔ اس میں سے کونسا فاصلہ P سے AB کے درمیان ہے؟ آپ تھوڑی دیر سوچیے اور جواب حاصل کیجئے۔ ان تمام قطعات خط میں سے PM جو P سے AB پر عمود سے سب سے کم فاصلہ ہے ریاضی میں ہم اس کم ترین فاصلہ کو P سے AB کا فاصلہ کہتے ہیں، اس لئے آپ کہہ سکتے ہیں کہ ایک نقطہ سے کسی خط پر عمود کی لمبائی اس نقطہ سے اس خط کا فاصلہ ہوتا ہے۔

نوٹ کیجئے کہ اگر نقطہ خط پر واقع ہو تو اس نقطہ سے خط کا فاصلہ صفر ہے۔

ایک دائرہ کے بہت سے وتر ہو سکتے ہیں مختلف لمبائیوں والے بہت سے وٹروں کو بنا کر آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ وتر جتنا لمبا ہوگا مرکز سے اس کا فاصلہ اتنا ہی کم ہوگا اور وتر جتنا چھوٹا ہوگا مرکز سے اس کا فاصلہ اتنا ہی زیادہ ہوگا۔ قطر کا فاصلہ کتنا ہوگا جو کہ مرکز سے گزرتا ہو دائرہ کا سب سے بڑا وتر ہے؟ کیونکہ مرکز اسی پر واقع ہے اس لئے فاصلہ صفر ہوگا۔ کیا آپ کو ایسا لگتا ہے کہ وٹروں کی لمبائی اور مرکز سے ان کے درمیان فاصلوں میں کچھ تعلق ہے۔ اگر ایسا ہے تو آئیے دیکھتے ہیں۔

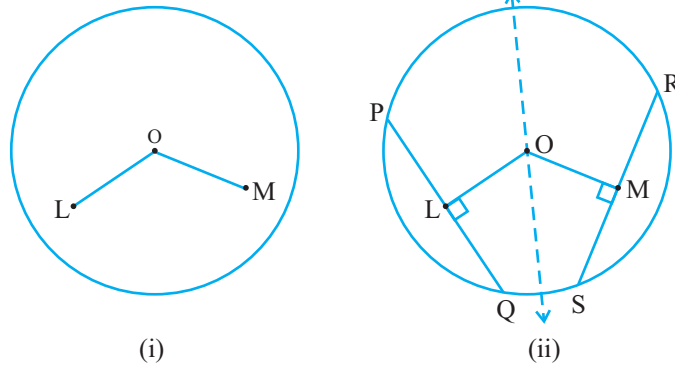


شکل 10.22

سرگرمی: ایک ٹریسنگ پیپر پر کسی بھی نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے اس پر دو مساوی وتر AB اور CD بنائیے اور مرکز O سے ان پر عمود OM اور ON بھی ڈالئے۔ شکل کو اس طرح موڑئیے کہ B، D کے اوپر اور A، C کے اوپر آئیے [شکل 10.22(i) دیکھئے] آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ O کر لیں پر اور M، N کے اوپر آتا ہے اس لئے $OM = ON$ اب اس مشغلہ کو مرکز O کے متماثل دائرہ اور ان کے مساوی وتر AB اور CD لیکر دہرائیے۔ ان پر عمود OM اور ON ڈالئے [شکل 10.22(ii) دیکھئے] ایک دائری ڈسک کاٹئے اور اس کو دوسرے پر اس طرح دیکھئے کہ AB، CD پر منطبق ہو۔ تب آپ یہ دیکھیں گے کہ O، O' پر اور M، N پر منطبق ہوگا۔ اس طرح سے آپ نے مندرجہ ذیل کی تصدیق کی۔

مسئلہ 10.6: دائرہ (یا متماثل دائروں) کے مساوی وتر مرکز (یا مرکزوں) سے برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں۔

اب ہم یہ بھی دیکھتے ہیں کہ آیا اس مسئلہ کا معکوس بھی درست ہے یا نہیں اس کے لئے مرکز O کا ایک دائرہ بنائیے۔ مرکز O سے مساوی لمبائیوں والے دو قطعات OL اور OM دائرے کے اندر کھینچئے [شکل 10.23 (i) اور پھر دائرہ کے دو وتر PQ اور RS بنائیے جو بالترتیب OL اور OM پر عمود ہوتی ہے] [شکل 10.23(ii) دیکھئے]



شکل 10.23

PQ اور RS کی لمبائیوں کی پیمائش کیجئے، کیا یہ مختلف ہیں؟ نہیں دونوں برابر ہیں، اس مشغلہ کو کچھ اور مساوی قطعات خط اور وتر بنا کر دہرائیے جبکہ وتر ان پر عمود ہوں۔ اس سے مسئلہ 10.6 کی تصدیق ہوتی ہے جو کہ مندرجہ ذیل میں بیان کیا گیا ہے۔

مسئلہ 10.7: وتر جو مرکز سے برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں۔ ان کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں،

مندرجہ بالا نتائج کی مزید وضاحت کے لئے ہم ایک مثال لیتے ہیں۔

مثال 2! اگر دو قطع کرتے ہوئے وتر ان کے نقطہ تقاطع سے گزرنے والے

قطر کے ساتھ مساوی زاویہ بناتے ہیں تو ثابت کیجئے کہ وتر مساوی ہیں۔

حل: AB اور CD مرکز O والے دائرہ کے ایسے وتر ہیں جو نقطہ E پر قطع کرتے

ہیں اور PQ، E سے گزرتا ہوا دائرہ کا قطر ہے جبکہ $\angle AEQ = \angle DEQ$

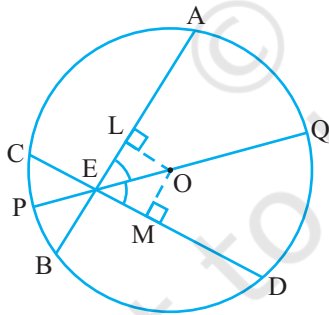
[شکل 10.24 دیکھئے] آپ کو ثابت کرنا ہے کہ $AB = CD$ وتر AB اور CD

پر بالترتیب عمود OL اور OM بنائیے۔ اب

$$\angle LOE = 180^\circ - 90^\circ - \angle LEO = 90^\circ - \angle LEO$$

(مثلث زاویوں کی جمعیت خصوصیت)

$$= 90^\circ - \angle AEQ = 90^\circ - \angle DEQ$$



شکل 10.24

$$= 90^\circ - \angle MEO = \angle MEO$$

مثلاً OLE اور OME میں

$$\angle LEO = \angle MEO \quad (\text{کیوں؟})$$

$$\angle LOE = \angle MOE \quad (\text{اوپر ثابت کیا گیا ہے})$$

$$EO = EO \quad (\text{مشترک})$$

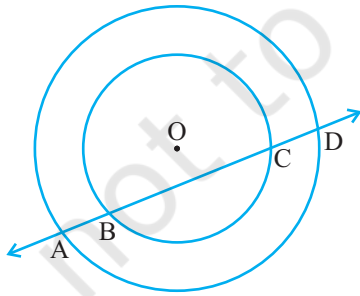
$$\Delta OLE \cong \Delta OME \quad \text{اس لیے} \quad (\text{کیوں؟})$$

$$OL = OM \quad \text{اس سے ہمیں حاصل ہوتا ہے} \quad (\text{CPCT})$$

$$AB = CD \quad \text{اس لیے} \quad (\text{کیوں؟})$$

مشق 10.4

1. 5cm اور 3cm نصف قطر والے دو دائرہ دو نقطوں پر قطع کرتے ہیں اور ان کے مرکزوں کے درمیان فاصلہ 4cm ہے۔
مشترک وتر کی لمبائی معلوم کیجئے۔
2. اگر دائرہ کے دو مساوی وتر دائرہ کے اندر قطع کریں تو ثابت کیجئے کہ ایک وتر کے قطعات دوسرے وتر کے نظیری قطعات کے برابر ہیں۔
3. اگر دائرہ کے دو مساوی وتر دائرہ کے اندر قطع کریں تو ثابت کیجئے کہ ان کے نقطہ تقاطع اور مرکز کو ملانے والا خط وتر کے ساتھ مساوی زاویہ بناتا ہے۔



شکل 10.25

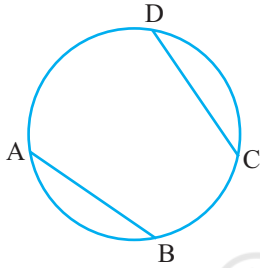
4. اگر ایک خط O مرکز والے دو ہم مرکز دائروں (دائرے جن کا ایک ہی مرکز ہو) کو A، B اور C پر قطع کرے تو ثابت کیجئے کہ $AB = CD$ [شکل 10.25 دیکھئے]

5. تین لڑکیاں ریشما، سلمہ، مندیب ایک پارک میں بنے ہوئے 5 نصف قطر والے ایک دائرہ پر کھڑے ہو کر ایک کھیل کھیل رہی ہیں۔ ریشما ایک گیند سلمہ کی طرف، سلمہ مندیب کی طرف اور مندیب ریشما کی طرف

اور سلمہ، سلمہ اور مندریب کے درمیان فاصلہ 6cm ہو تو ریشما اور مندریب کے درمیان کتنا فاصلہ ہوگا؟
6. ایک کالونی میں 20m نصف قطر والا دائرہ کی شکل کا ایک پارک ہے تین لڑکے اکٹور، شیدا اور ڈیوڈ اس کی باؤنڈری پر برابر فاصلوں پر بیٹھے ہیں ان کے پاس ایک دوسرے سے بات کرنے کے لئے ایک کھلونا فون ہے۔ فون کے تادکی لمبائی معلوم کیجئے۔

10.7 دائرہ کے قوس کے ذریعہ بنا زاویہ (Angle Subtended by an Arc of a Circle)

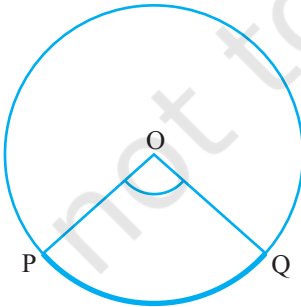
آپ دیکھ چکے ہیں کہ قطر کے علاوہ دائرہ کے کسی بھی وتر کے سرے کے نقطے دائرہ کو دو قوسوں میں منقسم کرتے ہیں ایک قوس اکبر اور ایک قوس اصغر۔ اگر آپ دو مساوی وتر لیں تو قوسوں کے سائز کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟ کیا اسے وتر سے بنا قوس دوسرے وتر سے بنے قوس سے لمبا ہے؟ نہیں یہ ایک دوسرے کے مساوی ہی نہیں بلکہ متماثل بھی ہیں یعنی ایک قوس کو دوسرے کے اوپر رکھا جائے تو ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتے ہیں۔



شکل 10.26

اس حقیقت کی تصدیق آپ دائرہ وتر CD سے بنے قوس کو کاٹ کر اور اس کو مساوی وتر AB سے بنے قوس کے اوپر رکھ کر کر سکتے ہیں۔ آپ دیکھتے ہیں کہ قوس CD قوس AB کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے [شکل 10.26 دیکھئے] اس سے پتہ چلتا ہے کہ مساوی وتر متماثل قوس بناتے ہیں اور اس کے برعکس متماثل قوس دائرہ کے مساوی وتر بناتے ہیں۔ اس کو آپ مندرجہ ذیل طریقہ سے بیان کر سکتے ہیں۔

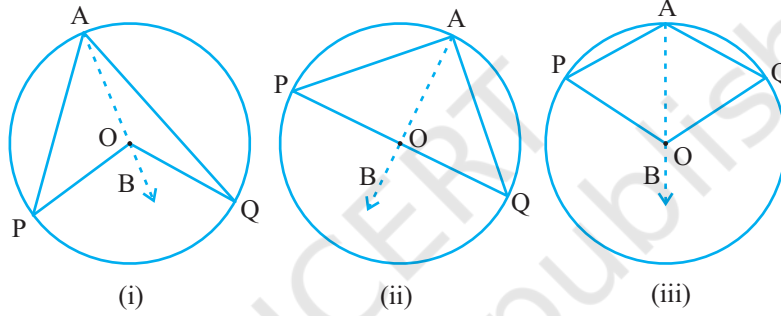
اگر دائرہ کے دو وتر مساوی ہوں تو ان کے نظیری قوس متماثل ہوں گے اور اس کے برعکس اگر دو قوس متماثل ہوں تو ان کے نظیری وتر مساوی ہوں گے۔



شکل 10.27

اور اس طرح سے کسی قوس کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس کے نظیری وتر سے مرکز پر بنا زاویہ ہوتا ہے اس طرح اگر قوس اصغر مرکز پر زاویہ بناتا ہے تو قوس اکبر (reflex angle) معکوس زاویہ بناتا ہے۔ اس لئے شکل 10.27 میں قوس اصغر PQ سے O پر بنا زاویہ POQ سے اور قوس اکبر PQ سے O پر بنا زاویہ معکوس زاویہ POQ مذکورہ بالا خصوصیت اور مسئلہ 10.1 کی رو سے مندرجہ ذیل نتیجہ درست ہے۔

دائرہ کے متماثل قوس (یا مساوی قوس) مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔
 اس طرح سے ایک وتر کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس کے نظیری قوس (اصغر) سے مرکز پر زاویہ کے مساوی ہوتا ہے۔
 مندرجہ ذیل مسئلہ قوس کے ذریعہ مرکز پر بنے زاویہ اور دائرہ پر ایک نقطہ کے درمیان ایک تعلق کو بتاتا ہے۔
مسئلہ 10.8: کسی قوس کے ذریعہ مرکز پر بنا زاویہ اس قوس کے ذریعہ دائرہ کے باقی حصہ پر بنے زاویہ کا دگنا ہوتا ہے۔
ثبوت: دائرہ کا ایک قوس PQ دیا ہوا ہے جو مرکز O پر PQ سے اور دائرہ کے باقی حصہ پر کسی نقطہ A پر PAQ سے بناتا ہے۔
 ہمیں ثابت کرنا ہے کہ $\angle POQ = \angle PAQ$



شکل 10.28

تین مختلف حالتوں پر غور کرتے ہیں جیسا کہ شکل (ii) 10.28 میں PQ قوس اصغر (ii) PQ ایک نصف دائرہ (iii) PQ قوس اکبر:
 آئیے OA کو ملا کر اور اس کو نقطہ B تک بڑھا کر شروعات کرتے ہیں۔
 تمام حالتوں میں

$$\angle BOQ = \angle OAQ = \angle AQO$$

کیونکہ مثلث کا خارجی زاویہ اس کے داخلی مقابل زاویوں کے حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔
 اور ΔOAQ میں

$$OA = OQ \text{ (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)}$$

$$\text{اس لئے } \angle OAQ = \angle OQA \text{ (مسئلہ 7.5)}$$

اس لئے حاصل ہوتا ہے $\angle BOQ = 2\angle OAQ$ (1)

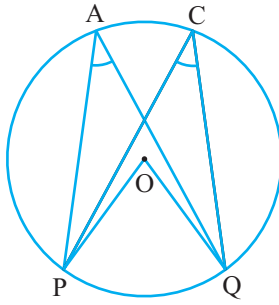
اسی طرح $\angle BOP = 2\angle OAP$ (2)

(1) اور (2) سے $\angle BOP + \angle BOQ = 2(\angle OMP + \angle OAQ)$

(3) یہ ایسا ہی ہے جیسے $\angle POQ = 2\angle PAQ$

حالت (iii) جہاں PQ قوس اکبر ہے (3) کو معکوس زاویوں سے بدل دیجئے۔ $POQ = 2\angle PAQ$

ریمارک: مان لیجئے مندرجہ ذیل شکل میں ہم P اور Q کو ملا کر وتر بنادیں تب $\angle PAQ$ قطعہ PAQP میں بنا زاویہ ہے۔
مسئلہ: 108 میں نقطہ A دائرے کے باقی حصہ پر کہیں بھی ہو سکتا ہے۔ اس لیے اگر آپ اس حصہ پر کوئی نقطہ C لیں (دیکھئے شکل: 10.29) تو اس میں ملتا ہے۔



شکل 10.29

$$\angle PAQ = 2\angle PCQ = 2\angle PAQ$$

اس لیے $\angle PCQ = \angle PAQ$ اس سے مندرجہ ذیل مسئلہ کا

ثبوت ملتا ہے۔

مسئلہ 10.9: دائرہ کے ایک ہی قطع میں بنے زاویہ مساوی ہیں۔

اس لیے مسئلہ 10.8 کی حالت (ii) کا علیحدگی سے مطالعہ کرتے ہیں۔ یہاں PAQ کے نصف دائرہ میں بنا زاویہ لیں اور
 $\angle PAQ = \frac{1}{2} \angle POQ = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ ۔ اگر آپ نصف دائرہ میں کوئی دوسرا نقطہ C لیں تو آپ کو حاصل

$$\angle CPQ = 90^\circ \text{ ہوگا۔}$$

اس طرح سے آپ کو دائرہ کی ایک اور خصوصیت کا علم ہوتا ہے۔

نصف دائرہ میں بنا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

مسئلہ 10.9: کا معکوس بھی درست ہے۔ اس کو اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ 10.10: اگر دو نقطوں کو ملانے والے قطع خط دوسرے دو نقطوں جو اس قطع خط کے حاصل خط کے ایک ہی طرف واقع ہوں، پر مساوی زاویے بنائے تو چاروں نقطے دائرہ پر واقع ہوں گے۔ (یعنی یہ ہم دائرہ ہیں)

اس نتیجہ کی سچائی آپ مندرجہ ذیل میں دیکھ سکتے ہیں۔

شکل 10.30: AB میں ایک قطع خط ہے جو دو نقطوں C اور D پر مساوی زاویہ بناتا ہے۔ یعنی

$$\angle ACB = \angle ADB$$

یہ دکھانے کے لیے کہ نقطہ A، B، C اور D ایک ہی دائرہ پر واقع ہیں۔ اس لیے نقطہ A، B، C اور D سے گزرتا ہوا ایک دائرہ بنائیں۔ مان لیجئے کہ یہ نقطہ D پر سے نہیں گزرتا تب یہ AD (یا بڑھے ہوئے AD کو) کو ایک نقطہ مان لیجئے (E) پر قطع کریگا۔

اگر نقطہ A، B، C اور E ایک دائرہ پر واقع ہوں تو

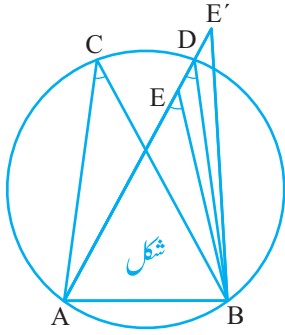
$$\angle ACB = \angle ADB \text{ (کیوں؟)}$$

لیکن یہ دیا ہوا ہے۔ $\angle ACB = \angle ADB$

$$\angle AEB = \angle ADB \text{ اس لیے}$$

یہ ممکن نہیں ہے جب تک کہ D، E پر منطبق نہ ہو۔ (کیوں؟)

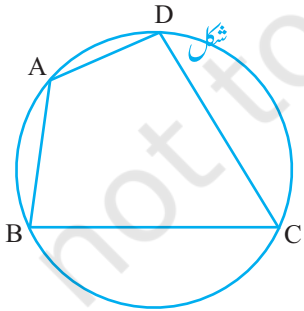
اس طرح سے E بھی D پر منطبق ہوگا۔



10.30

10.8 دائری چار ضلعی (Cyclic Quadrilaterals)

ایک چار ضلعی ABCD دائری کہلاتا ہے اگر اس کے چاروں راس دائرہ پر ہوں (شکل 10.31: دیکھئے) ایسے چار ضلعی میں آپ ایک خاص خصوصیت پائیں گے۔ مختلف اضلاع والے بہت سے دائری چار ضلعی بنائیے اور ہر ایک کو ABCD نام دیجئے۔ (مختلف نصف قطر والے بہت سے دائروں میں ہر ایک پر چار نقطے لے کر ایسا کیا جاسکتا ہے۔) متقابل (یا مخالف) زاویوں کی پیمائش کر کے اپنے مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدول میں لکھئے:



10.30

چار ضلعی کا نمبر	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle A + \angle C$	$\angle B + \angle D$
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

جدول سے آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

آپ دیکھتے ہیں کہ $\angle A + \angle C = 180^\circ$ اور $\angle B + \angle D = 180^\circ$ پیمائش کی غلطی کو نظر انداز کرتے ہوئے۔
اس سے مندرجہ ذیل کی تصدیق ہوتی ہے۔

مسئلہ 10.11: دائری چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے۔

درحقیقت اس مسئلہ کا معکوس جو ذیل میں بیان کیا گیا ہے، وہ بھی درست ہے۔

مسئلہ 10.12: اگر کسی چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہے تو چار ضلعی دائری ہے۔

اس مسئلہ کی پیمائش آپ مندرجہ ذیل طریقہ سے اسی طرح دیکھ سکتے ہیں جس طرح مسئلہ 10.10 کے لیے دیکھا تھا۔

مثال 3: شکل 10.32 میں AB دائرہ کا قطر ہے۔ CD دائرہ کا وتر ہے جو نصف قطر کے برابر ہے AC اور BD کو جب بڑھایا

جاتا ہے تو وہ نقطہ E پر قطع کرتے ہیں ثابت کیجئے کہ $\angle AEB = 60^\circ$

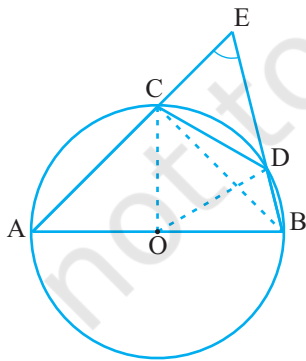
حل: OD، OC اور BC کو ملائیے

مثلث OCD مساوی ضلعی ہے (کیوں؟)

اس لیے $\angle COD = 60^\circ$

اب $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$ (مسئلہ 10.8)

اس سے حاصل ہوتا ہے $\angle CBD = 30^\circ$



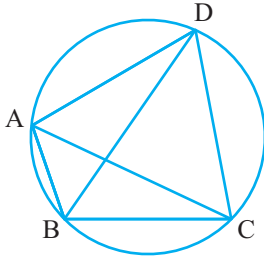
شکل 10.32

دوبارہ $\angle ACB = 90^\circ$ (کیوں؟)

اس لیے $\angle BCE = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ$

جس میں ہمیں ملتا ہے۔ $\angle CBE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ یعنی $\angle ABE = 60^\circ$

مثال 4: شکل 10.33 میں ABCD ایک دائری چار ضلعی ہے جس میں AC اور BD اس کے وتر ہیں۔



شکل 10.33

اگر $\angle DBC = 55^\circ$ اور $\angle BAC = 45^\circ$ (ایک ہی قطع میں

بنے زاویہ) $\angle BCD$ تلاش کیجیے

حل: $\angle CAD = \angle DBC = 55^\circ$

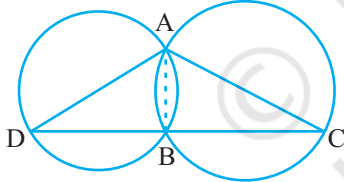
اس لیے $\angle DAB = \angle CAD + \angle BAC$

$$= 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ$$

لیکن $\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ$ دائری چار ضلعی کے مقابل زاویہ

اس لیے $\angle BCD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

مثال 5: دو دائرے ایک دوسرے کو دو نقطوں A اور B پر قطع کرتے ہیں۔



شکل 10.34

AB اور AC دائرہ کے دو قطر ہیں (شکل 16.31 دیکھیے) ثابت کیجیے کہ

B، قطع خط DC پر واقع ہے۔

حل: AB کو ملائیے۔

$\angle ABD = 90^\circ$ (نصف دائرہ میں بنا زاویہ)

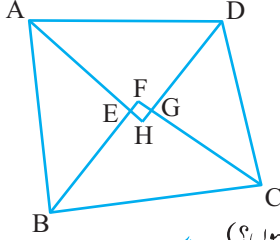
$\angle ABC = 90^\circ$ (نصف دائرہ میں بنا زاویہ)

اس لیے $\angle ABD + \angle ABC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

اس لیے DBC ایک خط ہے۔ یعنی B، قطع خط DC پر واقع ہے۔

مثال 6: ثابت کیجیے کہ کسی چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کے ناصف سے بنا چار ضلعی اگر ممکن ہو (دائرہ ہوگا)۔

حل: شکل 10.35 میں ABCD ایک چار ضلعی ہے جس میں اندرونی زاویوں A، B، C اور D کے زاویائی ناصف بالترتیب AH، BF، CF اور DH چار ضلعی بناتے ہیں۔



شکل 10.35

اب $\angle FEG = \angle AEB = 180^\circ - \angle EAB - \angle EBA$ کیوں؟

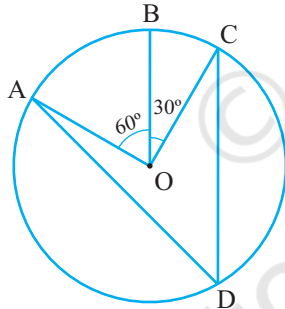
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$$

اس لیے $\angle FGH = \angle CGD = 180^\circ - \angle GCD - \angle GDC$ اور کیوں؟

$$\begin{aligned} \angle FEH + \angle FGH &= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) + 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle C + \angle D) \\ &= 360^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C + \angle D) = 360^\circ - \frac{1}{2} \times 360^\circ \\ &= 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

اس لیے مسئلہ 10.12 کی رو سے چار ضلعی EFGH دائری ہے۔

مشق 10.5

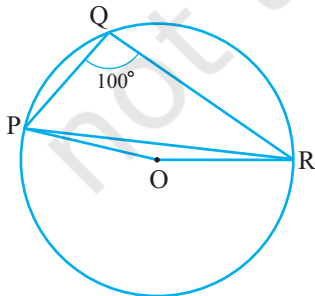


شکل 10.36

1. شکل 10.36 میں مرکز O والے دائرہ پر A، B، C اور نقطے

اس طرح ہیں کہ $\angle AOB = 60^\circ$ اور $\angle BOC = 30^\circ$

اگر دائرہ پر قوس ABC کے علاوہ کوئی نقطہ ہے تو $\angle ADC$ معلوم کیجیے۔



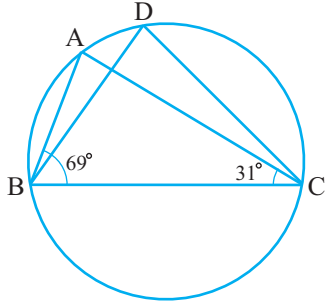
شکل 10.37

2. دائرہ کا ایک وتر اسکے نصف قطر کے برابر ہے اس وتر کے

ذریعہ دائرہ کے قوس اصغر پر واقع ایک نقطہ اور قوس اکبر پر واقع

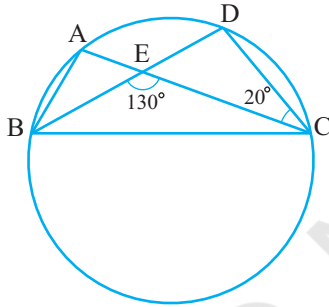
ایک نقطہ پر بننے زاویہ معلوم کیجیے۔

3. شکل 10.37 میں $\angle PQR = 100^\circ$ ، O, R, Q, P، مرکز والے دائرہ پر نقطے ہیں۔ $\angle OPR$ معلوم کیجیے۔



4. شکل 10.38 میں $\angle ABC = 69^\circ$ ، $\angle ACB = 31^\circ$ ، $\angle BDC = 31^\circ$ معلوم کیجیے۔

شکل 10.38

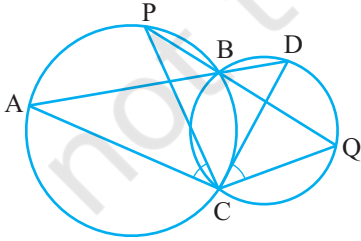


شکل 10.39

5. شکل 10.39 میں B, A, D اور دائرہ پر چار نقطے ہیں AC اور BD نقطہ E پر اس طرح قطع کرتے ہیں کہ $\angle BEC = 130^\circ$ اور $\angle ECD = 20^\circ$ کو $\angle BAC$ معلوم کیجیے۔

6. ABCD ایک دائری چار ضلعی ہے جس کے وتر ایک نقطہ E پر قطع کرتے ہیں۔ اگر $\angle DBC = 70^\circ$ ، $\angle BAC = 30^\circ$ تو $\angle BCD$ معلوم کیجیے۔ مزید اگر $AB = BC$ تو $\angle ECD$ معلوم کیجیے۔

7. اگر دائری چار ضلعی کے وتر اس کے راسوں سے شروع ہوتے ہوئے دائرہ کے قطر ہیں تو ثابت کیجیے کہ یہ ایک مستطیل ہے۔



شکل 10.40

8. اگر منحرف کے غیر متوازی اضلاع مساوی ہیں تو ثابت کیجیے کہ یہ دائری ہے۔

9. دو دائرے دو شکلوں B اور C پر قطع کرتے ہیں B سے دو

قطعات خط ABD اور PBQ کھینچے گئے جو دائرہ کو بالترتیب A،

- P، D اور Q پر قطع کرتے ہیں (شکل 10.40 دیکھیے) ثابت کیجیے کہ $\angle ACP = \angle QCD$
10. مثلث کے دو اضلاع کو قطر لے کر دائرے بنائے گئے۔ ثابت کیجیے کہ ان دائروں کا نقطہ تقاطع تیسرے ضلع پر واقع ہے۔
11. ABC اور ADC مشترک وتر AC والے دو قائم زاوی مثلث ہیں۔ ثابت کیجیے کہ $\angle CAD = \angle CBD$
12. ثابت کیجیے کہ دائرہ متوازی الاضلاع ایک مستطیل ہے۔

مشق 10.6 (اختیاری)*

1. ثابت کیجیے کہ دو قاطع دائروں کے مرکز کو ملانے والا خط دو نقطہ تقاطع پر مساوی زاویہ بناتا ہے۔
2. دائرہ کے 5cm اور 11cm لمبائی والے دو وتر AB اور CD ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور مرکز کی مخالف سمتوں میں ہیں۔ اگر AB اور CD کے درمیان فاصلہ 6cm ہے تو دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔
3. کسی دائرہ کے دو متوازی وتر کی لمبائیوں؟ اور 8cm ہے اگر چھوٹا وتر مرکز سے 4 cm کے فاصلہ پر ہے تو دوسرے وتر کا مرکز سے فاصلہ معلوم کیجیے۔
4. زاویہ ABC کا راس دائرہ کے باہر واقع ہے اور زاویہ کے اضلاع باز و مساوی وتر AD اور CF کو قطع کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ $\angle ABC$ وتر AC اور DE کے ذریعے مرکز پر بننے والیوں کے فرق کے آدھے کے برابر ہے۔
5. ثابت کیجیے کہ معین کے کسی ایک ضلع کو قطر کے طور پر لکیر بنایا جانے والا دائرہ اس کے وتروں کے نقطہ تقاطع سے ہو کر گزرے گا۔
6. ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے۔ A، B، C سے گزرا ہوا دائرہ CD (اگر ضروری ہو تو بڑھانے) کو ہم E پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کیجیے کہ $AE = AD$ ؟
7. دائرہ کے وتر AC اور BD ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے کہ (i) AC اور BD قطر ہیں (ii) ABCD ایک مستطیل ہے۔
8. DABC کے زاویہ A، B، C اور ناصف اسکے محیطی دائرہ کو بالترتیب D، E، F پر قطع کرتے ہیں۔ ثابت کیجیے

کہ BDEF کے زاویہ، $90^\circ \frac{1}{2}A$ ، $90^\circ \frac{1}{2}B$ اور $90^\circ \frac{1}{2}C$ ہیں۔

9. دو متماثل دائرہ ایک دوسرے کو نقطہ A اور B پر قطع کرتے ہیں۔ A سے گزرتا ہوا کوئی قطع خط PAQ اس طرح کھینچا گیا کہ P اور Q دو دائرہ پر ہوں۔ ثابت کیجیے کہ BP=BQ
10. کسی مثلث ABC میں اگر $\angle AC$ کا نصف اور BC کا عمودی نصف قطع کرے تو وہ مثلث ABC کے محیطی دائرہ پر قطع کریں گے۔

10.9 خلاصہ (Summary)

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل نقاط پر غور کیا۔

1. دائرہ مستوی میں ان تمام نقطوں کا مجموعہ ہے جو کسی متعین نقطے سے یکساں فاصلہ پر ہوتے ہیں۔
2. دائرہ کے مساوی وتر (یا متماثل دائرہ کے) مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔
3. اگر دائرہ کے (یا متماثل دائرہ کے) دو وتر مرکز پر (نظیری مراکز پر) مساوی زاویہ بناتے ہیں تو وتر بھی مساوی ہوں گے۔
4. دائرہ کے مرکز سے اس کے وتر پر ڈالا گیا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے
5. دائرے کے مرکز سے وتر کے وسطی نقطہ کو ملانے والا خط وتر پر عمود ہوتا ہے۔
6. تین غیر اہم خط نقطوں سے صرف اور صرف ایک ہی دائرہ گزرتا ہے۔
7. دائرہ کے (متماثل دائروں کے) مساوی وتر مرکز سے (نظیری مرکزوں) مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں۔
8. وتر جو دائرہ کے مرکز سے (نظیری مرکز سے) مساوی فاصلہ پر ہوتے ہیں مساوی ہوتے ہیں۔
9. اگر دائرہ کے دو قوس متماثل ہوں تب ان کے نظیری وتر مساوی ہوں گے۔ اس کے برعکس اگر دائرہ کے دو وتر مساوی ہوں تو ان کے نظیری قوس (اصغر یا اکبر) متماثل ہوں گے۔
10. دائرہ کے متماثل قوس مرکز پر مساوی زاویہ بناتے ہیں۔
11. دائرہ کے قوس اسے دائرہ کے مرکز پر زاویہ اس کے ذریعہ دائرہ کے باقی حصہ پر کس نقطہ پر بنے زاویہ کا دو گنا ہوتا ہے۔

12. دائرہ کے ایک ہی قطع میں بنے زاویہ مساوی ہوتے ہیں۔
13. نصف دائرے میں بنا زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔
14. اگر دو نقطوں کو ملانے والا قطع خط دوسرے دو نقطوں پر جو اس قطع خط کے حامل خط کے ایک ہی طرف واقع ہوں۔
پر مساوی زاویہ بنائیں تو چاروں نقطے دائرہ پر واقع ہوں گے
15. دائری چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہوتا ہے۔
16. اگر کسی چار ضلعی کے مقابل زاویوں کا حاصل جمع 180° ہو تو چار ضلعی دائری ہے۔